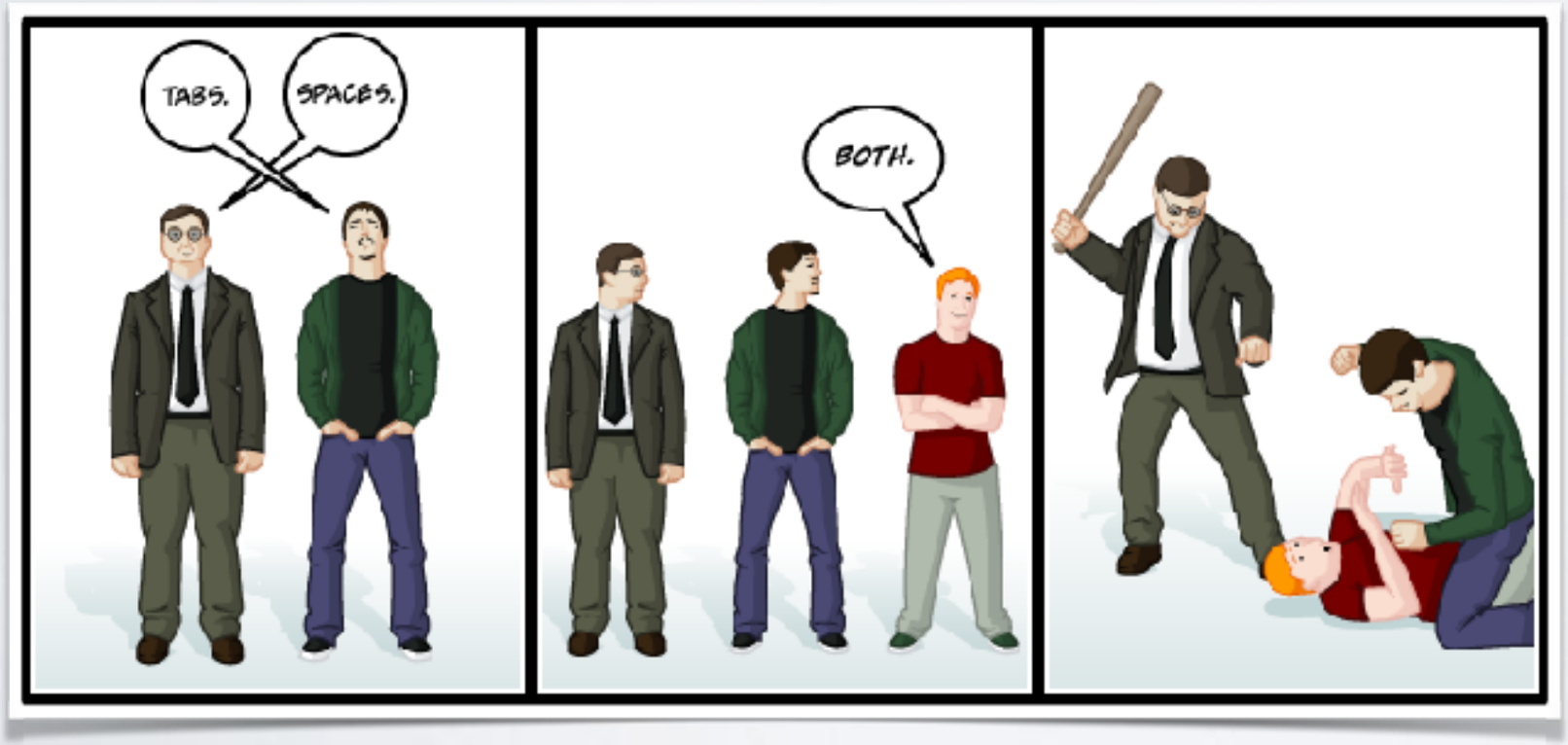
ОСНОВЫ ПРОГРАММНОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ

Лекция № 10

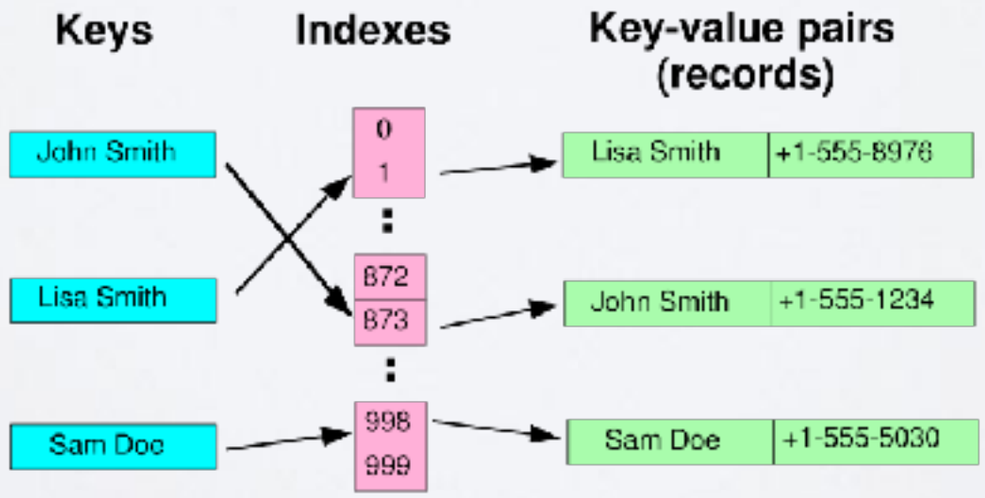
7 ноября 2016 г.



ОЧЕНЬ БЫСТРЫЙ ПОИСК

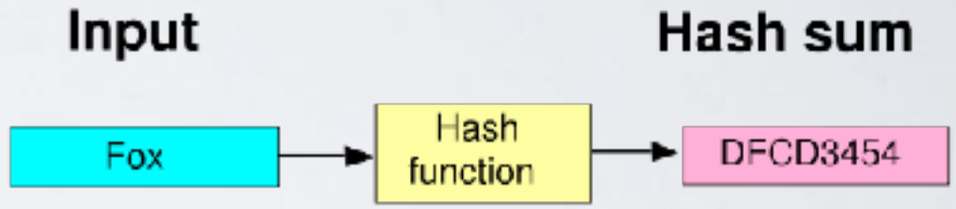
ХЕШ-ТАБЛИЦА

- *to hash (англ.)* – мелко нарубить и перемешать.
- Каждому ключу ставится в соответствие целочисленный код (хеш-код): **h(key) → n**.
- Пары *(ключ, значение)* помещаются в массив, индексированный по хеш-коду.
- Поиск: вычисляем хеш-код и отправляемся прямо в нужную точку массива.

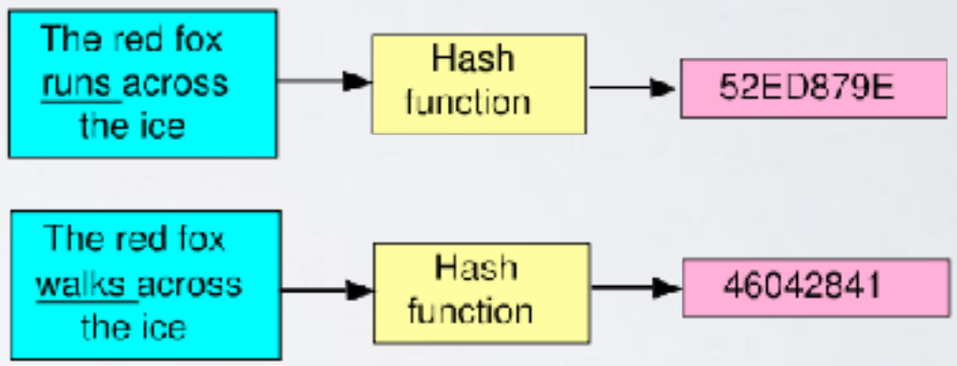


ХЕШ-ФУНКЦИЯ

- Для массива длиной N должна выдавать значения $0 \leq h_N(k) < N$.



- Должна быть детерминистичной.
- Должна вычисляться быстро.
- Отсутствие кластеризации:



  - Очень желательно $h_N(k_1) \neq h_N(k_2)$ для $k_1 \neq k_2$.
  - Малое изменение ключа (1 бит) должно давать большое изменение хеш-кода.

ИНТЕРФЕЙС ХЕШ-ТАБЛИЦЫ

- get(key) → data.
- put(key, data).
- has_key(key).
- **all_keys()**. // список не отсортирован

РАЗМЕЩЕНИЕ В МАССИВЕ

- Метод деления:

  $h_N(k) = h(k) \bmod N$.

- Метод умножения:

  $h_N(k) = [N \cdot \{h(k) \cdot A\}]$ для $0 < A < 1$.

  Например, $A = (\sqrt{5} - 1) / 2 \approx 0{,}6180339887\ldots$

ТРИВИАЛЬНЫЕ ХЕШ-ФУНКЦИИ

- Если **k** – целое число, **h(k) = k**.
- Если **k** ∈ **[0,1)**, то $h_N(k) = [N \cdot k]$.
- Если **k** – произвольное число с плавающей точкой, можно взять мантиссу, приведенную к **[0,1)**.

ОБЩИЙ СЛУЧАЙ: ЦЕПОЧКА БАЙТ

Хорошая ли хеш-функция?

$h(b) = \sum b_i$.

Нет.

h("abc") = h("bac") = h("aad")

ХЕШ-ФУНКЦИЯ ДЖЕНКИНСА

```
uint32_t jenkins_one_at_a_time_hash(
                    unsigned char *key, size_t key_len) {

    uint32_t hash = 0;
    for (size_t i = 0; i < key_len; i++) {
        hash += key[i];
        hash += (hash << 10);
        hash ^= (hash >> 6);
    }
    hash += (hash << 3);
    hash ^= (hash >> 11);
    hash += (hash << 15);
    return hash;
}
```

Х.-Ф. ФАУЛЕРА-НОЛЛА-ВО

```c
uint32_t fnv_32_buf(void *buf, size_t len) {
    // start of buffer
    unsigned char *bp = (unsigned char *)buf;
    // beyond end of buffer
    unsigned char *be = bp + len;
    uint32_t hval = 0x811c9dc5;

    while (bp < be) {
        hval += (hval<<1) + (hval<<4) + (hval<<7) +
                (hval<<8) + (hval<<24);

        /* xor the bottom with the current octet */
        hval ^= (uint32_t)*bp++;
    }

    /* return our new hash value */
    return hval;
}
```

ХЕШ-ФУНКЦИЯ ДЛЯ НАБОРА ЭЛЕМЕНТОВ

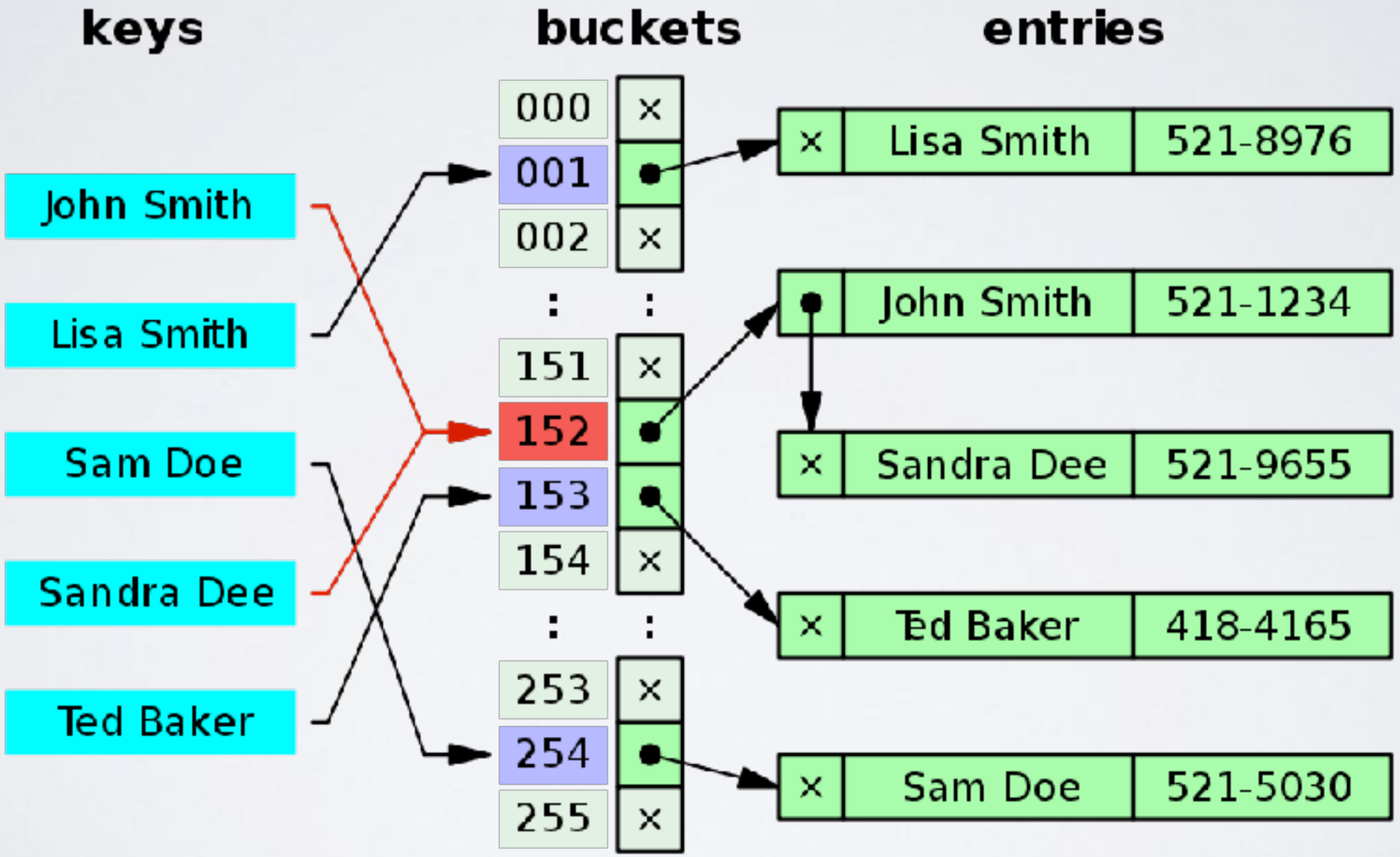
Не отличная, но вполне пригодная хеш-функция для набора элементов (массив, структура и др.):

$$h(e_1, e_2, \ldots, e_n) = h(e_1) + 31 \cdot (h(e_2) + 31 \cdot (\ldots 31 \cdot h(e_n)))$$

КОНФЛИКТЫ

- Конфликт – ситуация, когда $h_N(k_1) = h_N(k_2)$ для $k_1 \neq k_2$.
- Способы обхода проблемы:
  - Идеальное хеширование.
  - Усложнение базовой структуры данных.
  - Размещение конфликтующего ключа в том же массиве, но в другом месте.
  - *Совсем хитрые способы*.

ДОБАВЛЯЕМ СПИСКИ КОЛЛИЗИЙ



ДИНАМИЧЕСКИЙ МАССИВ СПИСКОВ

- В ячейках массива хранятся указатели на головы списков.
- Двухфазный поиск:
  - Вычисление хеш-кода.
  - Путешествие по списку.
- Удобно вставлять в голову.
- Альтернативы:
  - Динамический массив[2].
  - Сбалансированное дерево.

ОТКРЫТАЯ АДРЕСАЦИЯ

- Вставка ключа: если возникает конфликт, начинаем перебирать другие ячейки, пока не найдем свободную:
  - $h_N(k) \to < h_N(k, 0), h_N(k, 1), \ldots, h_N(k, N-1) >$.
- Линейное исследование: $h_N(k, m) = (h_N(k) + m) \bmod N$.
  - *Первичная кластеризация* – длинные последовательности занятых ячеек.

КВАДРАТИЧНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

- $h_N(k, m) = (h_N(k) + c_1 \cdot m + c_2 \cdot m^2) \bmod N$.

- Требует специального выбора c_1, c_2 и m.

- *Вторичная кластеризация*: при конфликте между k_1 и k_2 последовательности $h_N(k_1, m)$ и $h_N(k_2, m)$ совпадают.

ДВОЙНОЕ ХЕШИРОВАНИЕ

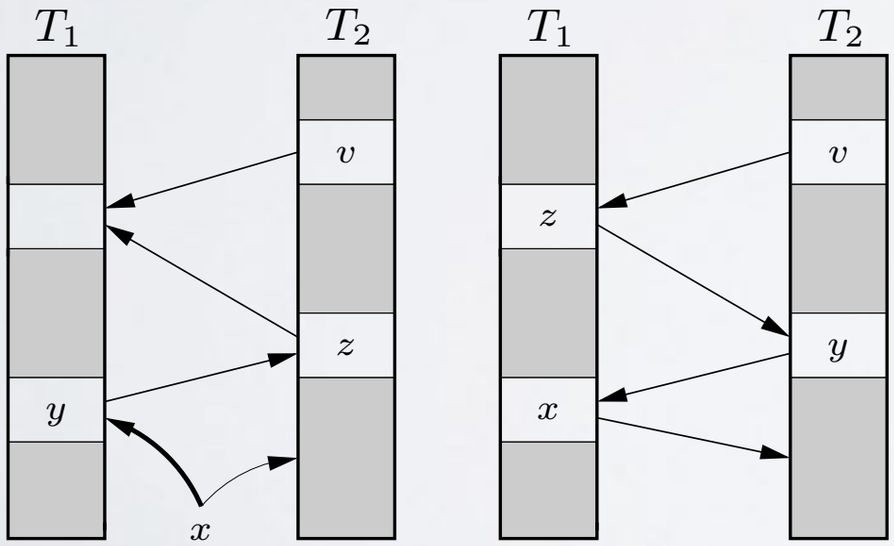
- $h_N(k, m) = (h_N(k) + m \cdot h'_N(k)) \bmod N$, где $h'_N(k)$ – вторая хеш-функция.
- Значения $h'_N(k)$ должны быть взаимно просты с N, чтобы последовательность перебирала все ячейки таблицы.
  - $N = 2^j \rightarrow h'_N(k)$ возвращает нечетные значения.
- Нет ни первичной, ни вторичной кластеризации.
- Лучший способ использования открытой адресации!

КУКУШИНОЕ ХЕШИРОВАНИЕ (CUCKOO HASHING)

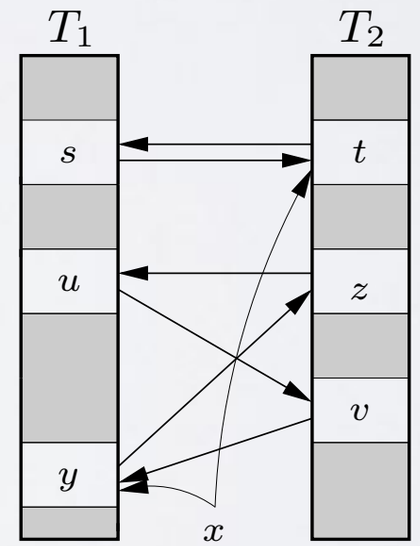
- Две отдельные таблицы размера **N**: T_1 и T_2 с хеш-функциями $h_{1,N}$ и $h_{2,N}$.
- Любой ключ **k** находится либо в ячейке $T_1[h_{1,N}(k)]$, либо в $T_2[h_{2,N}(k)]$.
- Поиск за **O(1)** гарантирован!

КУКУШКА ВСТАВЛЯЕТ

- Вставка в $T_1[h_{1,N}(k)]$.
- Если ячейка занята, то находящийся в ней ключ перемещается на альтернативную позицию в T_2, вытесняя находившийся там ключ и т.д.
- Если процесс зацикливается, выбираются новые хеш-функции, и таблицы перестраиваются заново.



Вставка *x*



«Не лезет»

ХЕШ VS. ДЕРЕВО

- **Дерево:**
  - Нужна операция сравнения: $k_1 \leqslant k_2$.
  - Операции за **O(log N)**.
  - Упорядоченная структура данных.
- **Хеш-таблица:**
  - Нужна хеш-функция **hash(k)** и операция сравнения $k_1 = k_2$.
  - Операции где-то между **O(1)** и **O(n)**.
  - Неупорядоченная структура данных.

КРИПТОГРАФИЧЕСКИЕ ХЕШ-ФУНКЦИИ

- Создают «отпечаток» данных, имеющий фиксированный размер.

- Для $H = h(k)$ очень трудно найти $k = h^{-1}(H)$.

- Имея $H = h(k)$, очень трудно организовать коллизию (найти такое k_2, чтобы $H = h(k) = h(k_2)$).

- MD5 (128 бит), SHA-1 (160 бит), SHA-2 (224-512 бит), SHA-3/Keccak (произвольная длина), GOST и т.д.

CHECKSUM

Контрольная сумма используется для проверки целостности данных, передаваемых по *незащищенным* каналам. При этом контрольная сумма передается по *защищенному* каналу.

Пользователь может проверить корректность полученных данных, вычислив контрольную сумму и сравнив ее с опубликованной.

```
$ curl http://releases.ubuntu.com/16.10/MD5SUMS
3f50877c05121f7fd8544bef2d722824 *ubuntu-16.10-desktop-amd64.iso
e9e9a6c6b3c8c265788f4e726af25994 *ubuntu-16.10-desktop-i386.iso
7d6de832aee348bacc894f0a2ab1170d *ubuntu-16.10-server-amd64.iso
e532cfbc738876b353c7c9943d872606 *ubuntu-16.10-server-i386.iso
```

АДРЕСАЦИЯ ПО СОДЕРЖИМОМУ

- Вместо «имени» объекта используем значение криптографической хеш-функции от содержимого.
- Дубликаты отсутствуют как факт!
- Используется в BitTorrent, в системе управления версиями файлов Git и др.

ФИЛЬТР БЛУМА

- Вероятностная структура данных с двумя операциями:
  - Добавить элемент.
  - Проверить присутствие элемента, причем возможен ложноположительный результат.
- Используется для быстрого *отфильтровывания* запросов к более медленному хранилищу.

ФИЛЬТР БЛУМА: РЕАЛИЗАЦИЯ

- Структура данных состоит из:
  - битовый массив **bs** длины **m**,
  - **k** независимых хеш-функций $h_1, h_2, \ldots, h_k$ (область значений **[0…m)**.
- Реализация операций:
  - Добавить элемент **e**:
    $bs[h_1(e)] = bs[h_2(e)] = \ldots = bs[h_k(e)] = 1$
  - Проверка принадлежности:
    $result = bs[h_1(e)] \;\&\&\; bs[h_2(e)] \;\&\&\; \ldots \;\&\&\; bs[h_k(e)]$

ФИЛЬТР БЛУМА: ПРИМЕР

m = 18, k = 3

0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

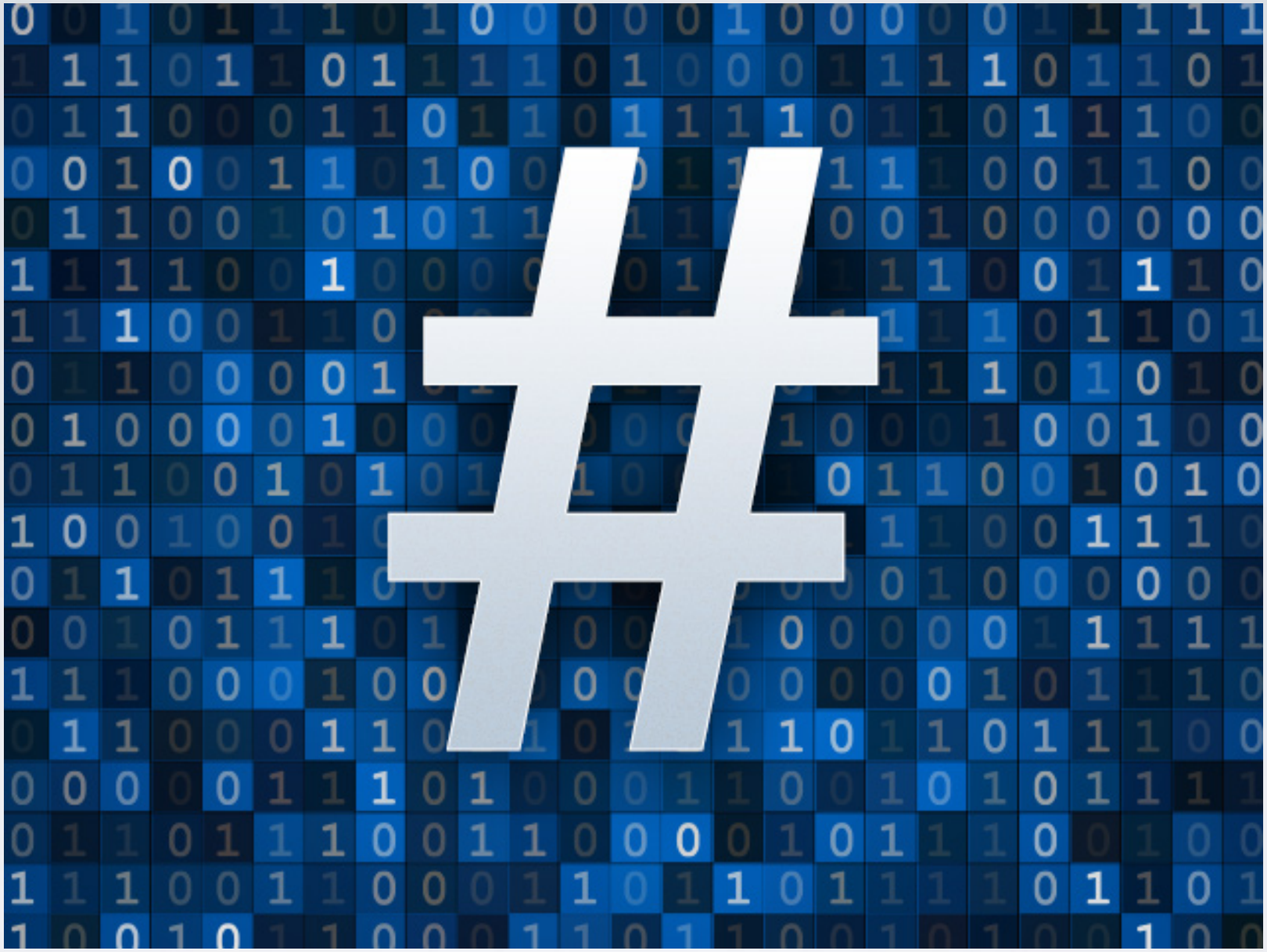
- Добавить **x** ($h_1(x) = 5, h_2(x) = 1, h_3(x) = 13$).
- Добавить **y** ($h_1(y) = 4, h_2(y) = 16, h_3(y) = 11$).
- Добавить **z** ($h_1(z) = 11, h_2(z) = 3, h_3(z) = 5$).
- Содержит ли **x** ($h_1(x) = 5, h_2(x) = 1, h_3(x) = 13$)? Возможно.
- Содержит ли **u** ($h_1(u) = 6, h_2(u) = 11, h_3(u) = 1$)? Нет.
- Содержит ли **v** ($h_1(v) = 11, h_2(v) = 4, h_3(v) = 16$)? Возможно.

ФИЛЬТР БЛУМА: АНАЛИЗ

- Вероятность ложного результата ≈ $(1 - e^{-kn/m})^k$.
- Оптимиальное число хеш-функций, минимизурющее количество ложных результатов: $k = m \ln 2 / n$.
  - В этом случае размер битового массива в зависимости от количества элементов (n) и желаемой вероятности ложных результатов (p): $m = - n \ln p / (\ln 2)^2$.
- Например, для $p = 0{,}01$, $m \approx 9{,}6n$ – 10 бит на элемент.

ФИЛЬТР БЛУМА: НАБОР ХЕШ-ФУНКЦИЙ

- Как получить **k** независимых хеш-функций?
  - Взять хеш-функцию большого размера **M** (512 бит и более) и разбить значение на кусочки размера **M/k**.
  - Взять две различные и составить из них линейные комбинации.
  - Взять хеш-функцию, параметризующуюся начальным «зерном» (seed) (например, MurmurHash), и использовать **k** различных зерен.



КОНЕЦ ДЕСЯТОЙ ЛЕКЦИИ

Очень долго можно искать черную кошку в темной комнате, особенно если ее там нет.